

Ex-1- Systèmes d'équations.

On considère les deux systèmes de 3 équations à 3 inconnues ci-dessous, où \vec{M} est un vecteur colonne d'éléments x, y et z inconnus :

$$S_1 : \begin{cases} -x + 2y + z = 4 \\ -x + y + 2z = -5 \\ x - 2y + z = -10 \end{cases} \quad S_2 : \begin{cases} 3x - 2y + 4z = 17 \\ 2x - 3y + 2z = 14 \\ 5x + 4y - 6z = 1 \end{cases}$$

1. Sauvegarder ces données dans un script Matlab sous le nom "Ex1TP2STPI1.m".
2. Calculer les déterminants et les inverses des matrices associées à S_1 et S_2 .
3. Résoudre les deux systèmes en utilisant les commandes Matlab appropriées.

Ex-2- Factorisation des matrices.

On considère les deux matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1. Utiliser "**eig**(A)" pour trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de A.
2. Déterminer les matrices L et U (triangulaires inférieure et supérieure) de B en exécutant l'instruction "**[LB UB] = lu(B)**". (Voir le help, puis vérifier $B = LB*UB$).

Ex-3- Manipulation des polynômes.

Les polynômes peuvent être traités comme des vecteurs de coefficients dans Matlab. On considère à cet effet les trois polynômes :

$$P(x) = x^2 - 3x + 2, \quad Q(x) = x - 1, \quad R(x) = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x$$

1. À l'aide de "**polyval**" calculer $P(-1)$, $P(3)$, $P(\sqrt{5})$, $Q(-36)$, $Q(\sqrt{3} + 6)$, $R(-7)$, ...
2. Utiliser la commande "**roots**" pour calculer les racines de ces trois polynômes.
3. À l'aide de la commande "**poly**([-3 1 2])" donner l'expression du polynôme $S(x)$ dont les racines sont $-3, 1$ et 2 .
4. À l'aide de "**polyder**" calculer les dérivées des polynômes P, Q et R puis évaluer $P'(-4)$, $P'(3)$, $P'(\sqrt{5})$, $Q'(1)$, $Q'(7)$, $R'(0)$, $R'(17)$, $S'(-3)$, $S''(2)$, $R''(17)$.
5. À l'aide de "**polyint**" calculer les primitives des polynômes P, Q et R puis évaluer les aux même points que ceux d'avant.
6. Utiliser "**residue**" pour décomposer en éléments simples sur \mathfrak{R} les fractions rationnelles $6/R(x)$, $1/P(x)$ et $Q(x)/S(x)$.

Ex-4- Manipulation des polynômes.

Soient les deux polynômes :

$$P(x) = x^3 - 5x^2 - 9x + 45, \quad Q(x) = 2x^2 - 18x + 28$$

1. Effectuer la multiplication, la division et l'addition de ces deux polynômes.
2. Calculer puis afficher les racines de chaque polynôme à l'aide des instructions suivantes : `"racines_X = roots(X)"` ; `disp(racines_X)` où X=P, Q (voir le help).
3. À l'aide de `'polyval'`, évaluer $P(-3)$, $P(0)$, $P(5)$, $P(2017)$, $Q(-1)$ et $Q([-2 : 3])$.
4. Calculer la dérivée de chaque polynôme en utilisant `"polyder"`.
5. Calculer la primitive de chaque polynôme en utilisant l'instructeur `"polyint"`.
6. Tracer les deux courbes qui représentent les polynômes $P(x)$ et $Q(x)$ sur l'intervalle $[-2, 4]$ en utilisant les instructions suivantes :
`"x = linspace(-2,4,120)"`, `"V = polyval(P,x);"`, `"U = polyval(Q,x);"`, `"plot(x,V);"`,
`"hold on"` ; `"plot(x,U,'-m','linewidth',3);"`, `"grid on"`, `"xlabel('x');"`, `"ylabel('P(x) , Q(x)')"` ; `"title('P(x) = x^3-5x^2-9x-45, Q(x) = 2x^2-18x+28');"`, `"legend('P(x)', 'Q(x)')"`.

Ex-5- Interpolation des données mesurées.

L'interpolation numérique consiste à tracer une courbe qui passe par un ensemble de points définis. Les méthodes d'interpolation sont nombreuses, mais à votre niveau on se restreint à celle dite polynomiale où les courbes recherchées correspondent à des polynômes.

Pour ce faire, on considère les mesures expérimentales suivantes :

Valeurs de x (u.m)	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Mesures effectuées (u.m)	-1.32	2.63	2.28	2.31	2.56	2.19	2.53	2.67	1.37	-0.16	2.47

1. Définir dans le script "Ex5TP2STPI1.m" les trois vecteurs : valeurs \vec{Val} , mesures \vec{Mes} et $\vec{U} = [-5 : 0.2 : 5]$.
2. Exécuter les commandes suivantes puis interpréter :
`P = polyfit(Val,Mes,8)` ; `Approx = polyval (P,U)` ; `plot(Val,Mes,'o',U,Approx,'r', 'linewidth',3)` ; `grid on` ; `legend('Données', 'Interpolation polynomiale')` ; `xlabel ('Valeurs de x')` ; `ylabel('Mesures effectuées')` ;

Ex-6- Approximation polynomiale d'une fonction.

Dans cet exercice, on va essayer d'approximer la fonction `'sin(x)'` sur l'intervalle $[0, 4\pi]$ par un polynôme de degré n (on prendra à titre d'exemple $n = 7$).

1. Sauvegarder les données ci-dessous dans un script intitulé "Ex6TP2STPI1.m" :
`x = linspace(0,4*pi,10)` ; `y = sin(x)` ; `p = polyfit(x,y,7) % (cette commande ajuste un polynôme de degré $n = 7$ aux points optés)` ;
2. Évaluer le polynôme et tracer les résultats en utilisant les instructions suivantes :
`x1 = linspace(0,4*pi,100)` ; `y1 = polyval(p,x1)` ; `"figure"` ; `"plot(x,y,'or','linewidth',3)"` ;
`"hold on"` ; `"plot(x1,y1);"` ; `"grid on"` ; `"xlabel('x')"` ; `"ylabel('y')"` ; `"title('Approximation de "sin(x)" par le polynôme "P(x)=..." sur [0, 4π]')"`.