جامعة محمد الأول
المدرسة الوطنية للعلوم التطبيقية
وجدة

Université Mohammed Premier
École Nationale des Sciences Appliquées
Oujda

Prof. Kamal GHOUMID — Année universitaire 2021 – 2022

4$^{\text{ème}}$ année "**Ingénierie Data Sciences & Cloud Computing**"

Cours "**Détection, Estimation & Information pour les Data Sciences**"

Série de TD $N^o.\,2$

Ex -1- : Compression des données, Débit binaire, Débit symbole, Débit d'information.

Une source d'information S de débit $D = 10^3\, symb/s$ émet quatre symboles A, B, C et D de probabilités $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,2$; $P(C) = 0,15$ et $P(D) = 0,05$.

1. Calculer l'entropie H de la source.
2. Calculer le débit d'information C_i de la source.

On code les symboles de la manière suivante : $A \mapsto 00$, $B \mapsto 01$, $C \mapsto 10$ et $D \mapsto 11$.

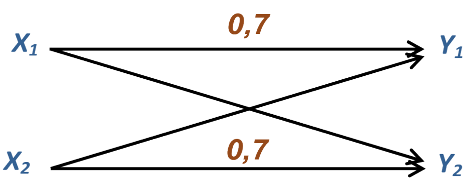
3. Calculer le débit binaire $D_b^{'}$ de la nouvelle source $S^{'}$ obtenue après codage.
4. Calculer la nouvelle entropie $H^{'}$ de la source $S^{'}$.

On code maintenant la source S selon la méthode de Huffmann.

5. Donner la construction de Huffmann.
6. Quel est le nouveau débit binaire $D_b^{''}$?

Ex -2- : Canal BSC, Capacité.

Soit le canal binaire symétrique (BSC Binary Symmetric Channel) représenté ci-dessous, à deux entrées X_1, X_2 de probabilités $p(X_1), p(X_2)$ et deux sorties Y_1, Y_2.



1. Donner la matrice de transition du BSC.
2. Calculer la capacité de ce canal dans le cas où $p(X_1) = p(X_2) = 1/2$.
3. Calculer la capacité de ce canal dans le cas où $p(X_1) = 0,25$.

Ex -3- : Entropie, Entropie Mutuelle, Entropie Conditionnelle, Capacité.

On considère les deux variables aléatoires X et Y avec les probabilités suivantes : $P(X = 0; Y = 0) = \frac{1}{3}$; $P(X = 0; Y = 1) = \frac{1}{3}$; $P(X = 1; Y = 0) = 0$; $P(X = 1; Y = 1) = \frac{1}{3}$.

1. Calculer $H(X)$, $H(Y)$.
2. Calculer $H(X,Y)$.
3. Calculer $H(X/Y)$, $H(Y/X)$.
4. Calculer $I(X,Y)$.

Ex -4- : Modèle statistique d'un canal.

On cherche à déterminer le modèle statistique d'un canal de transmission binaire. Pour ce faire, on applique à l'entrée du canal une séquence binaire comportant deux fois plus de bits "1" que de bits "0". À la sortie du canal, on observe 60% de bits "1" et 40% de bits "0".

1. En faisant l'hypothèse d'un canal binaire symétrique, donner le schéma du modèle statistique du canal en précisant les probabilités conditionnelles qui le caractérisent.
2. On apprend que 85% des bits "0" sont transmis correctement. L'hypothèse d'un canal symétrique est-elle toujours valable ? S'il y a lieu, donner le nouveau modèle en précisant les probabilités conditionnelles qui le caractérisent.

Ex -5- : Probabilités et Entropies conditionnelles, Débit d'information.

À l'entrée d'un canal bruyant, des symboles $\{x_1, x_2, x_3\}$ d'une source X de probabilités respectives $0,6; 0,3$ et $0,1$, sont émis avec un débit symbole $D_s = 10^3\, symb/s$. Le message reçu Y est constitué de symboles $\{y_1, y_2, y_3\}$. Les symboles x_1 émis sont reçus pour $3/5$ comme des symboles y_1, pour $1/5$ comme des symboles y_2 et $1/5$ comme des symboles y_3. Les symboles x_2 émis sont reçus pour $2/3$ comme des symboles y_2, pour $1/3$ comme des symboles y_3. Le symbole x_3 émis est reçu intégralement comme symbole y_3.

1. Donner le schéma du modèle statistique du canal en précisant les probabilités conditionnelles qui le caractérisent.
2. Calculer l'entropie $H(X)$ de la source.
3. Calculer les probabilités de présence des symboles $\{y_1, y_2, y_3\}$, puis en déduire $H(Y)$.
4. Calculer l'entropie conditionnelle $H(X/Y)$.
5. Calculer le débit d'information C du canal.