$4^{\text{ème}}$ année Ingénieur SISC — Année universitaire 2021 – 2022

U.E : Codes Correcteurs d'Erreurs

Série de TD $n^0 7$

Ex-1- Code RS, Paramètres.

Pour $m = 6$, déterminer le code Reed-Solomon (RS) qui peut corriger 6 erreurs. Quel est le taux de ce code ? Quelle est la longueur de chaque mot de code en bits ?

Ex-2- Code Reed-Solomon, Polynôme générateur, Correction.

Montrer que le polynôme $g(x) = x^4 + \alpha^{13}x^3 + \alpha^6 x^2 + \alpha^3 x + \alpha^{10}$ est le polynôme générateur du code de Reed-Solomon à double capacité de correction d'erreurs ($t = 2$), construit à partir du corps de Galois $GF(2^4)$ / $< p(x) = x^4 + x + 1 >$ à 16 éléments.

Puissances α^i & Élements du corps	Représentations binaires	Puissances α^i & Élements du corps	Représentations binaires
0	0000	$\alpha^7 = \alpha^3 + \alpha + 1$	1011
$\alpha^0 = 1$	0001	$\alpha^8 = \alpha^2 + 1$	0101
$\alpha^1 = \alpha$	0010	$\alpha^9 = \alpha^3 + \alpha$	1010
$\alpha^2 = \alpha^2$	0100	$\alpha^{10} = \alpha^2 + \alpha + 1$	0111
$\alpha^3 = \alpha^3$	1000	$\alpha^{11} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$	1110
$\alpha^4 = \alpha + 1$	0011	$\alpha^{12} = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$	1111
$\alpha^5 = \alpha^2 + \alpha$	0110	$\alpha^{13} = \alpha^3 + \alpha^2 + 1$	1101
$\alpha^6 = \alpha^3 + \alpha^2$	1100	$\alpha^{14} = \alpha^3 + 1$	1001

Ex-3- Code Reed-Solomon, Matrice de contrôle.

Trouver la distance minimale du code C_{RS} sur GF(16) défini par la matrice de contrôle de parité suivante :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 & \dots & \alpha^{14} \\ 0 & 1 & 1 & \alpha^2 & \alpha^4 & \alpha^6 & \dots & \alpha^{28} \end{pmatrix}$$

Ex-4- Code Reed-Solomon, Décodage.

Dans une transmission de données qui utilise le code Reed-Solomon $C_{RS}(7, 5)$, on reçoit le mot $r(x) = x^5 + \alpha^5 x^4 + \alpha^2 x^3 + x^2 + \alpha^6 x + \alpha^3$, où α est un élément de $GF(2^3)$.

On se place dans le cas d'une seule erreur qui a affectée le mot reçu $r(x)$. Décoder $r(x)$ et trouver le mot de code envoyé.

Ex-5- Code Reed-Solomon, Polynôme générateur, Correction.

En utilisant le corps de Galois $GF(2^5)$ donné dans l'annexe A, trouver les polynômes générateurs des codes RS de longueur 31 à :

- Double correction d'erreur.
- Triple correction d'erreur.

Ex-6- Code Reed-Solomon, Codage, Décodage.

1. Énumérer tous les éléments de $GF(2^3)$ générés par le polynôme $p(x) = x^3 + x + 1$.
2. Trouver le polynôme générateur du code Reed Solomon $C_{RS}(7, 5)$ sur $GF(2^3)$.
3. Encoder la séquence binaire [0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0] sous forme systématique.
4. Décoder la séquence [0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0].

Ex-7- Code Reed-Solomon, Codage, Décodage.

On considère un code RS de pouvoir de correction d'erreurs égale à deux sur GF(8) d'élément primitif α.

1. Énumérer les paramètres de ce code.
2. Trouver son polynôme générateur.
3. Encoder systématiquement le message $[1 \;\; \alpha \;\; \alpha^2]$.
4. Énumérer les paramètres du code binaire étendu, puis fournir des équivalents binaires de l'encodage ci-dessus.
5. Décoder le mot reçu $[0 \;\; 1 \;\; \alpha \;\; \alpha^2 \;\; \alpha^3 \;\; 1 \;\; 0]$.