

U.E : Codes Correcteurs d'Erreurs

Série de TD n^{05}

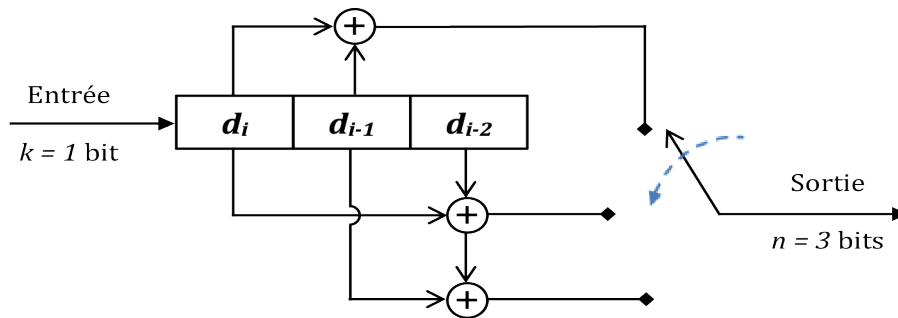
Ex-1- Code convolutif, Représentation en arbre, Algorithme de Viterbi.

Soit le code convolutif défini en représentation octale par $g_1 = [110], g_2 = [011]$.

1. Donner son diagramme d'état ainsi que sa représentation en arbre.
2. Représenter son treillis puis décoder selon Viterbi la séquence reçue "1011100100".

Ex-2- Code convolutif, Algorithme de Viterbi, Fonction de transfert, Probabilité d'erreur.

On considère le code convolutif représenté sur la figure ci-dessous où un bit d'entrée ($k = 1$) est codé par un symbole en sortie composé de trois bits ($n = 3$).



1. Déterminer son rendement R et sa longueur de contrainte K .
2. Donner les polynômes générateurs en représentations D et octale.
3. Combien d'états possède ce codeur ? Représenter son diagramme d'état.
4. Donner la matrice de transitions des états.
5. Donner la représentation en treillis sur six périodes.
6. Pour la séquence émise "11001" et pour des registres du codeur initialisés par des zéros, quel est le mot de code obtenu ?
7. Donner les équations de passage entre les états du codeur.
8. Appliquer l'algorithme de Viterbi pour effectuer le décodage de la séquence reçue suivante "110101100010011110".
9. D'après les équations de passage, la fonction de transfert peut s'écrire :

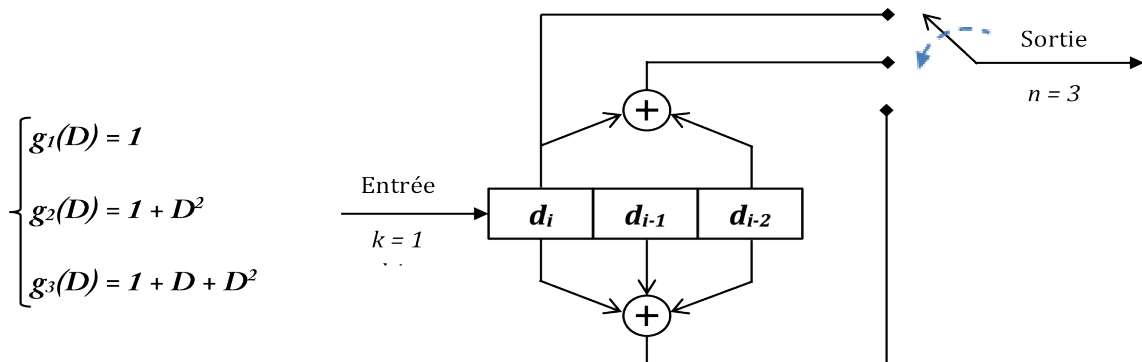
$$T(D, N, J) = \frac{D^7 N J^3}{1 - DNJ - D^3 N J^2}$$

Donner les significations des puissances qui surgissent sur les paramètres de cette fonction de transfert. Quelle est la distance libre du codeur ?

10. Donner une borne supérieure à la probabilité d'erreur P_{eb} en sortie du décodeur dans le cas d'un canal binaire symétrique caractérisé par une probabilité $p = 10^{-5}$.

Ex-3- Code convolusionnel, Algorithme de Viterbi, Code poinçonné.

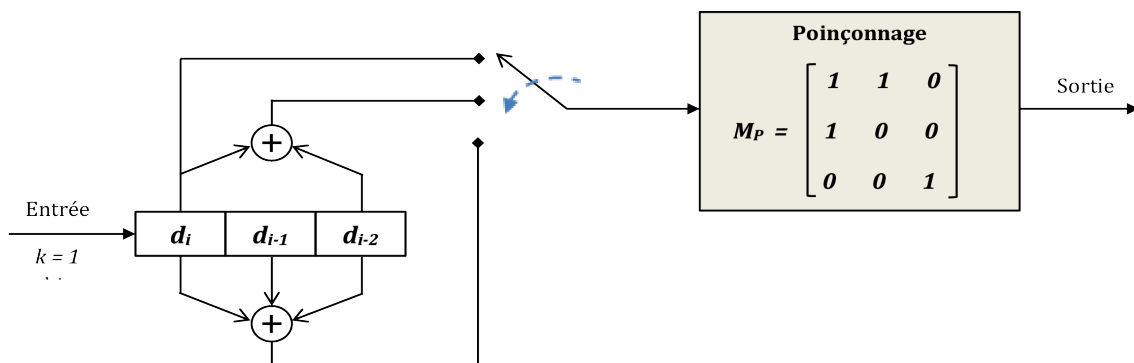
Soit le code convolutif représenté ci-dessous à une entrée et trois sorties, de polynômes générateurs $g_1(D)$, $g_2(D)$ et $g_3(D)$.



1. Quelles sont les valeurs du rendement R et de la longueur de contrainte K .
2. Donner le nombre d'états de ce codeur, puis représenter son diagramme d'état.
3. Donner la matrice de transitions.
4. Représenter le treillis d'encodage puis en déduire la valeur de la distance minimale d_{min} ?
5. Coder la séquence d'entrée "101100".
6. En utilisant le décodage de Viterbi, corriger le mot reçu "001111001011100111". Quelle est la séquence émise ?

On envisage d'utiliser le code en question dans une application à fort rendement afin d'augmenter le débit de transmission. Pour cela, la technique de poinçonnage qui consiste à perforer certains symboles générés par le code de rendement R est pratiquée. Le taux de codage ainsi obtenu dépend de la période P et du nombre N de bits supprimés.

Dans notre exemple, le poinçonnage se synthétise par la suppression de $N = 5$ bits à la sortie du codeur d'une façon périodique $P = 3$ selon la matrice de perforation M_P :



7. Quelle est la valeur du nouveau rendement R' du code poinçonné obtenu ?
8. Avec le nouveau code poinçonné, donner le mot de code généré qui correspond à la séquence d'entrée émise "101100".
9. Représenter le nouveau treillis d'encodage dû au poinçonnage pratiqué.
10. En utilisant l'algorithme de Viterbi, Décoder puis corriger le mot reçu "00101101".