$4^{\text{ème}}$ année Ingénieur SISC — Année universitaire 2021 – 2022

U.E : Codes Correcteurs d'Erreurs

Série de TD $n^0 4$

**Ex-1-** Code systématique.

On considère le code linéaire $C(7,4)$ qui associe au vecteur d'information $[i_1, i_2, i_3, i_4]$ le mot de code $[i_1, i_2, i_3, i_4, c_5, c_6, c_7]$ avec :

$$c_5 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4;$$
$$c_6 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_3;$$
$$c_7 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4;$$

1. Donner la matrice génératrice de ce code.
2. Donner sa matrice de contrôle.
3. On veut transmettre le message d'information de données $i = [1101]$. Quel est le mot de code associé à ce message ?
4. Le message $m = [1111001]$ est-il un mot du code ?

**Ex-2-** Matrice de contrôle, Matrice génératrice.

On considère un code linéaire de matrice de contrôle $H$ donnée par :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Indiquer les valeurs des longueurs $n$ et $k$ des mots de code et des mots d'information respectivement.
2. Donner la matrice génératrice du code et le codage de chaque mot d'information.
3. Après passage via un canal bruité, on reçoit le mot $[110100]$. Vérifier qu'il s'agit d'un mot de code ou non et corriger le s'il le faut.

**Ex-3-** Code non systématique, Corrections d'erreurs.

On considère dans le sous-espace vectoriel de $F_2^n$ le code linéaire de matrice de génératrice $G$ suivante (forme non systématique) :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Écrire la matrice $G$ sous sa forme systématique.
2. Déterminer la matrice de contrôle de parité $H$.
3. Quelle est la distance minimale $d_{min}$ de ce code ?
4. Soit le mot reçu $y = [100110]$. Montrer qu'il s'agit d'un mot erroné puis corriger le si on considère que lors de la transmission il y a eu une seule erreur.

**Ex-4-** Code linéaire, Syndrome, Corrections d'erreurs.

On considère le code C qui à chaque mot binaire $(d_1, d_2, d_3)$ lui correspond un mot de code $[d_1, d_2, d_3, q_1, q_2, q_3]$ dans lequel :

$$q_1 = d_1 \oplus d_2 \qquad q_2 = d_2 \oplus d_3 \qquad q_3 = d_1 \oplus d_2 \oplus d_3$$

1. Le code est-il systématique ? Quels sont ces paramètres $n, m, k$ et son rendement $r$.
2. Montrer qu'il s'agit d'un code linéaire, puis donner sa matrice génératrice.
3. Établir la liste de tous les mots de code puis en déduire la valeur de la distance minimale $d_{min}$. Combien d'erreurs sont détectées et d'erreurs sont corrigées de façon certaine ?
4. Déterminer la matrice de contrôle du code C.
5. Calculer le syndrome du message $R = [011101]$. Est-ce que $R$ est un mot de code ?
6. Construire une liste de syndromes et indiquer comment peut-on corriger $R$ à l'aide de cette liste ?

**Ex-5-** Code systématique, Configurations détectables & corrigeables, Pouvoir de correction.

On considère dans le sous-espace vectoriel de $F_2^n$ le code linéaire de matrice de contrôle $H$ donnée par :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Préciser les longueurs $n, m$ et $k$ liées à ce code. Quelle est sa distance minimale $d_{min}$ ?
2. Donner la matrice génératrice relative à ce code.
3. Donner les équations du codage.
4. Construire le tableau standard du code en question en énumerer tous ses mots de code, puis donner leurs poids de Hamming $W_H$. Retrouver la valeur de la distance minimale $d_{min}$ calculée avant.
5. Quels sont les nombres de configurations d'erreurs indétectables, de configurations d'erreurs détectables et configurations d'erreurs corrigeables ?
6. Soit le mot reçu $y = [01101]$. Montrer qu'il s'agit d'un mot erroné puis corriger le si on considère que lors de la transmission il y a eu une seule erreur.
7. Montrer que tous les erreurs de poids 1 sont corrigeables et que ce code peut corriger même quelques erreurs de poids 2, puis indiquer les.