4ème année Ingénieur SISC | Année universitaire 2021 – 2022

U.E : Codes Correcteurs d'Erreurs

Série de TD $n^0 3$

Ex -1- : Codage canal : Code en bloc, Pouvoir de correction, Distance de Hamming.

On désigne par $D\big(d_0, d_1, d_2, ..., d_{m-1}\big)$ un message à m éléments binaires qu'on lui rajoute k éléments de contrôle pour constituer un code $C(n, m)$.

1. Rappeler la relation qui existe entre m, n et k.
2. Pour $m = 3$; $m = 4$, calculer la valeur de k si on veut pouvoir corriger une erreur.
3. Pour $m = 3$; $m = 4$, calculer la valeur de k si on veut pouvoir corriger deux erreurs.
4. Dans chaque cas, quelle est la distance de Hamming ?

Ex -2- : Codage canal : Message codé.

On rajoute au message suivant : MSB (Most Significant Bit) 0111011001 LSB (Least Significant Bit) un CRC (Code Reduncy Cyclic) calculé par le biais du polynôme générateur $g_1(x) = x^2 + x + 1$.
Quel est le message codé ?

Ex -3- : Codage canal : Structure électronique, Contenu des registres.

On considère le polynôme $P(x) = x^7 + x^5 + x^3 + x$ qu'on lui associe la suite des éléments binaires suivante : 10101010.

1. Montrer que $g_1(x) = x^3 + x + 1$ est un polynôme générateur du code $C(n, m)$ avec $n = 7$. Quelle est la valeur de m dans ce cas ?
2. Trouver les autres polynômes générateurs de ce code.
3. Effectuer la division de $P(x)$ par le polynôme générateur $g_1(x)$.
4. Dessiner la structure électronique, utilisée au décodeur, correspondante au polynôme générateur (diviseur) $g_1(x)$, à base de portes logiques XOR "ou exclusif", des LFSR "registre à décalage rebouclé linéaire (Linear Feedback Shift Register)" et des cellules de retard élémentaires.
5. Donner dans un tableau le contenu des registres correspondant à chaque coup d'horloge.

Ex -4- : Codage canal : Code de Hamming $C(15, 11)$

On cherche à transmettre des éléments binaires (e.b) dans un canal binaire bruyant en utilisant un code correcteur de Hamming pouvant corriger une seule erreur. On découpe pour cela le message en mots m de 11 e.b.

1. Combien d'e.b k de contrôle faut-il ajouter au mininum pour pouvoir corriger une erreur ?
2. Montrer que $g_1(x) = x^4 + x + 1$ est un polynôme générateur du code $C(n, m)$ avec $m = 11$, puis donner la valeur de n.
3. Trouver le mot-code associé au message 01101101011 (dans ce mot-code nous avons pris MSB en tête), en prenant les k e.b de contrôle en mode LSB (poids les plus faibles).
4. Dessiner la structure complète du décodeur, réalisée à partir des LFSR, des XOR et des cellules de retard élémentaires, qui permet de corriger un mot-code comportant au plus une erreur.

Ex -5- : Codage canal : Code de Hamming $C(7, 4)$

Même exercice que celui d'avant, mais en considérant le code de Hamming $C(7, 4)$ avec le polynôme générateur $g_1(x) = x^3 + x + 1$. Pour le mot-code associé au message, on prend 0111.

Ex-6- Code polynomial, Codage systématique, Détection des erreurs.

Soit $C(5, 3)$ le code polynomial engendré par le polynôme $g(x) = x^2$.

1. Quelle est la longueur des mots d'information ?
2. Construire par codage systématique tous les mots-codes possibles. Conclure.
3. Montrer que les erreurs de poids 1 situées sur le $4^{\text{ème}}$ et le $5^{\text{ème}}$ bits sont détectées et que les autres erreurs de poids 1 ne peuvent l'être.
4. Quelles sont les erreurs de poids 2 qui peuvent être détectées ?

Ex-7- Code polynomial, Codage systématique, Détection des erreurs.

Dans une transmission où les erreurs par bit ont une probabilité $p = 0,1$, on considère $g(x) = x^3 + x + 1$ comme polynôme générateur d'un code polynomial de longueur 6.

1. Quelle est la longueur des mots d'information ?
2. Construire par codage systématique tous les mots-codes possibles.
3. Évaluer le pourcentage de messages erronés reconnus comme tels parmi tous les messages erronés.